

## 项目公示信息（自然科学奖）

一、项目名称：非线性反应扩散方程理论与计算

二、提名者及提名意见

提名单位：陕西省教育厅

提名意见：本项目是系统研究非线性反应扩散方程稳态解和周期解的原创性成果。针对具有重要生物、化学背景的多资源空间分布的扩散方程，开展了深入细致的创新研究并取得了系列标志性创新成果。首次将摄动理论、度理论、隐函数定理等巧妙结合，通过研究特殊极限问题，完整刻画了模型主要参数对共存解性质的影响，建立了稳态解的多重性、唯一性和稳定性；率先结合 Lyapunov-Schmidt 方法和奇异性理论，解决了微生物扩散方程的退化分岔问题，更完整刻画了稳态解和周期解的结构，创新地提出了稳态解的抛物型分岔曲线和周期解的跨临界分岔曲线；首次利用空间分解技巧、隐函数定理与复杂计算，解决了二重特征值处的分岔问题，推广了美国著名数学家 Crandall 和 Rabinowitz 教授 1971 年提出的单重特征值分岔定理；设计了高精度的有限差分格式，精确描述了稳态解和周期解的时空结构，发现了有序分布的斑图现象，通过规范型计算阐明了时空斑图形成选择机理。本项目提出了研究非线性反应扩散方程的系列创新方法，极大拓展和丰富了反应扩散方程的研究内容，研究成果对认知生化反应扩散过程、理解复杂生态系统演化及生态系统的保护修复等具有重要科学意义。

提名材料齐全、规范，经完成单位公示，无知识产权纠纷，人员排序无争议，符合陕西省科学技术奖提名条件。特提名为陕西省科学技术二等奖。

### 三、项目简介

反应扩散方程是非常重要且应用广泛的一类偏微分方程。它可以用来描述种群数量的迁徙变化、人体或动物等复杂组织的发育形成及许多有趣的化学反应，有着强烈的实际背景和应用前景。运用反应扩散模型揭示物种的动力学行为已成为非线性偏微分方程领域研究的一个重要内容。

针对具有重要生物、化学背景的非线性反应扩散方程，本项目紧紧围绕解的结构和特性及退化分岔等深具挑战性的难点和热点问题开展了深入细致的研究，并取得了系列标志性创新成果。提出了研究非线性反应扩散方程的系列创新方法，发现了新的空间斑图结构、不同的多解性质以及一些新的分岔行为，构建了高精度的差分格式，揭示了反应扩散机制的内在规律，拓展和提升了反应扩散方程的研究层次和水平。相关成果主要发表在数学领域国际顶级期刊《Proc. London Math. Soc.》（伦敦数学学会旗舰期刊）、数学与生物学交叉领域顶级期刊《J. Math. Biol.》、动力系统顶级期刊《Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B》（美国数学科学研究所创办）、中科院二区 TOP 期刊《Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.》、国际知名数学期刊《J. Math. Anal. Appl.》等，5 篇代表性论文总 SCI 他引 54 次，1 篇代表性论文入选 ESI 高被引论文。研究成果极大丰富了非线性反应扩散方程相关重要理论方法，对认知生化反应扩散过程、理解复杂生态系统演化及生态系统的保护修复等具有重要科学意义。多项成果处于国际领先水平，获陕西省高等学校科学技术一等奖 2 项、二等奖 2 项。主要科学发现如下：

(1) **首次建立了多资源扩散方程解的多重性和唯一性。**针对多资源空间分布的非线性反应扩散方程，首次将摄动理论、度理论、隐函数定理等巧妙结合，通过研究参数充分大、充分小或充分接近某一临界值对应的极限问题，并将原问题与极限问题联系起来，利用极限问题解的信息细致刻画模型主要参数对共存解性质的影响，进而建立稳态解的多重性、唯一性和稳定性。研究表明，如果捕食者和互惠者在没有食饵的情况下能够生存，那么当食饵的出生率适当大时，食饵、捕食者和互惠者就可以共存；建立系统参数适当大时正解的多重性和非退化线性稳定性，给出第三种群在捕食过程中的干涉程度对正解性质的影响，分情况完整地刻画正解的存在性、唯一性和稳定性，并得到更一般的存在唯一性结果，解释了封闭区域内多物种在扩散与交互作用下实现长期共存的生态现象。

(2) **率先解决了反应扩散方程二重特征值分岔问题。**针对具有重要生物、化学背景的非线性反应扩散方程，首次利用空间分解技巧、隐函数定理与复杂计算，解决了二重特征值处的分岔问题，推广了 1971 年由美国著名数学家 Crandall 和 Rabinowitz 提出的单重特征值分岔定理。研究一类经典的三分子反应扩散方程，巧妙利用空间分解和隐函数定理，证明了一定条件下二重特征值处稳态分岔的存

在性；研究具有渗透反馈效应的植被-水反应扩散系统，通过线性稳定性分析给出图灵不稳定性发生的参数区域，利用极值原理获得正稳态解的先验估计，并借助 Poincaré 不等式建立非常数正解不存在的充分条件。以水扩散系数为分岔参数，分别建立单重特征值和二重特征值处系统的稳态分岔行为，设计高精度有限差分算法，验证补充稳态分岔相关理论结果，揭示系统参数对植被空间格局形成的影响，为干旱半干旱地区植被格局监测与生态系统预警提供理论支撑。

(3) **阐释了微生物扩散方程的斑图形成选择机制。**利用稳定性理论、分岔理论、中心流形方法和规范型理论等研究系列微生物扩散方程稳态解和周期解的存在性、分岔方向和稳定性，发现了扩散驱动的图灵模式，揭示了时空斑图形成选择机制；利用度理论、强极值原理和比较原理等工具，深入刻画了系统的渐近行为与持久性条件，揭示了竞争结果对死亡率、沉降速率、资源转化速率及边界条件等参数的依赖性，发展了非线性反应扩散方程斑图动力学研究；构造了高精度的有限差分格式，精确描述了稳态解和周期解的时空结构，发现了更为丰富的斑图动力学行为，从理论和数值角度充分阐释斑图形成选择机制，

(4) **攻克了扩散方程悬而未决的退化分岔难题。**率先将 Lyapunov-Schmidt 方法和奇异性理论相结合，发现了退化分岔问题会诱导出不同的分岔曲线以及稳定性切换，构造了稳态解的抛物型分岔曲线和周期解的跨临界分岔曲线，给出了双重分岔的理论和数值结果，揭示了多重分岔稳态解的结构。创新性引入非线性反应扩散方程的群对称性，使得高维系统的退化分岔问题能够诱导出更简单的低维系统约化方程，通过规范型计算，发现了扩散方程稳态解和周期解的多重性结果和稳定性结果。研究成果不仅解决了经典分岔理论和稳定性理论的应用障碍，丰富了非线性扩散方程的研究理论，也解释了反应扩散过程中存在非周期稳态结构的客观现象。

研究成果已在反应扩散方程领域、生态学与生物数学领域产生了重要影响，5 篇代表性论文被国际微分方程领域知名专家 Junping Shi 教授、Alexander Pankratov 和 Irina Bashkirtseva 教授、Giuseppe Ali 教授、Aly R. Seadawy 教授、兰州大学特聘教授李万同、哈尔滨工业大学魏俊杰教授等在《J. Differential Equations》、《J. Nonlinear Sci.》、《J. Math. Biol.》、《Nonlinear Dyn.》、《Z. Angew. Math. Phys.》等国际著名 SCI 刊物他引 54 次，其中 1 篇代表性论文入选 ESI 高被引论文。以此成果为支撑，获陕西高等学校科学技术一等奖和二等奖、陕西省自然科学优秀学术论文奖、陕西省数学会青年优秀论文特等奖、陕西省工业与应用数学学会青年优秀论文奖等 20 余项，并在陕西省自然科学基金基础研究计划结题项目评价结果中获得“优秀”。

## 四、客观评价

本项目研究成果已在反应扩散方程领域、生态学与生物数学领域产生了重要影响，5 篇代表性论文被国际微分方程领域知名专家 Junping Shi 教授（美国）、Alexander Pankratov 和 Irina Bashkirtseva 教授（俄罗斯）、Giuseppe Ali 教授（意大利）、Aly R. Seadawy 教授（沙特阿拉伯）、兰州大学特聘教授李万同、哈尔滨工业大学魏俊杰教授等在《J. Differential Equations》、《J. Nonlinear Sci.》、《J. Math. Biol.》、《Nonlinear Dyn.》、《Z. Angew. Math. Phys.》等国际著名 SCI 刊物他引 54 次，其中 1 篇代表性论文入选 ESI 高被引论文。

成果主要完成人郭改慧、吴建华、聂华 2012 年发表在《Proc. London Math. Soc.》的代表性论文[1]被陕西省数学会评为 2013 年青年优秀论文特等奖（迄今唯一），并以此为支撑获得陕西高等学校科学技术二等奖；成果主要完成人郭改慧、魏美华、吴建华 2012 年发表在《J. Math. Anal. Appl.》的代表性论文[5]，获陕西省自然科学优秀学术论文三等奖，并以此为支撑，在陕西省自然科学基金研究计划结题项目评价结果中获得“优秀”；成果主要完成人郭改慧、吴建华 2010 年发表在《Nonlinear Anal.》的论文被陕西省工业与应用数学学会评为首届青年优秀论文二等奖。法国知名学者 Bedreddine Ainseba 教授曾经肯定了代表性论文[4]的 L-S 约化方法的优势，得到了本领域国际学者和同行专家的借鉴，并以此为支撑出版专著 1 部和获得陕西高等学校科学技术二等奖。项目的研究结果与研究方法具体他引情况如下：

(1) 关于多资源分布的扩散方程研究成果引起了国内外知名学者的广泛关注，在数学跨学科应用领域具有重要影响力的国际数学权威杂志《J. Differential Equations》、《Z. Angew. Math. Phys.》和学术期刊《Int. J. Bifurcat. Chaos》上被多次引用、并给予了积极的评价。例如，马丽教授等在文章[J. Differential Equations 424(2025)第 332 页]中指出：“Then, following the approach as that in [15,19], we characterize the uniqueness and exact number of the co-existence steady state solutions to system (1) by analyzing the limiting profile when  $\beta$  or  $\gamma$  is large.”（[19]为代表性论文[1]）。李善兵等在文章[Z. Angew. Math. Phys. 12(2022)第 2 页]中指出“an increasing number of papers have been published (see [11,12,20] and references therein).”（[11]为代表性论文[1]）。李艳玲教授等在文章[Int. J. Bifurcat. Chaos 15(2020)第 8 页]中指出：“By applying a similar discussion from Lemma 3.3 in [Guo et al., 2012], we easily obtain the following result.”

(2) 关于水-植被系统的时空动态与植被格局形成机制的相关研究引发了诸多学者的关注。例如，意大利著名专家 Giuseppe Ali 教授在文章[Math. Comput. Simulat. 112(2024)第 5767 页]指出“Besides the ecological interpretations of our

findings, we claim that the study of nonlinear cross-diffusion provides challenges and ideas in many other fields of applied mathematics such as biology, economy, social science in which nonlinear mathematical models having a similar structure are considered (see for instance [6,8,18,18-27]).” ([26]为代表性论文[2])。伊马木老师一直从事植被-水模型的研究,在文章[Nonlinear Dyn. 239(2026)第 556 页]中强调“Recently, some authors propose different types of vegetation patterns model [15,16,31-33,37-42] which includes cross-diffusion terms, this type of water-plant models have potential ecological reality and intrinsic theoretical interest.” ([40]为代表性论文[2])。

(3) 关于水体中两种藻类的资源竞争模型研究成果引起了美国偏微分方程专家 Junping Shi、沙特阿拉伯 Aly R. Seadawy 教授、陕西师范大学吴建华教授、哈尔滨师范大学王金凤教授的高度关注。他们在国际数学权威杂志《J. Differential Equations》、《J. Nonlinear Sci.》、《J. Math. Biol.》、《Nonlinear Dyn.》、非线性科学领域的跨学科期刊《Chaos》等著名期刊上引用、评价了本项目的工作。例如 Junping Shi 教授等在文章[J. Math. Biol. 76(2018)第 2 页]中引用了代表性论文[3],具体引述为:“One extreme case is in oligotrophic aquatic ecosystems with ample supply of light such that pelagic algae tend to compete only for nutrients (see Hsu et al. 2013; Mei et al. 2016; Nie et al. 2016, 2015; Wang et al. 2015);”(Nie et al. 2016 为代表性论文[3])。王金凤教授等在文章[J. Differential Equations 370(2023)第 347 页]中指出“Quite a few mathematical models have been developed to describe the spread of competitive species in streams, which demonstrate that the advection speed and dispersal rate have a strong effect on the persistence, extinction and coexistence of two competitive species [2,20,30,27,41,49,51,52].”([30]为代表性论文[3])。Aly R. Seadawy 等在文章[J. King Saud. Univ. Sci. 34(2022)第 2 页]中指出“After that, the authors also constructed PDE in the connection of algae and nutrients (Hsu et al. 2017; Nie et al. 2016) and some new and important developments for searching for analytical wave solutions for PDE.”(Nie et al. 2016 为代表性论文[3])。

(4) 开创性地结合了 Lyapunov-Schmidt 约化方法与奇异性理论,系统研究了具有对称性的微生物反应扩散模型中的退化分岔现象(如 Hopf 退化分岔与稳态退化分岔),证明了退化分岔解的存在性、稳定性及分岔方向,推动了多学科理论的交叉融合,该研究引起俄罗斯国际知名专家 Alexander Pankratov 和 Irina Bashkirtseva 教授的高度评价。例如, Alexander Pankratov 教授在文章[Eur. Phys. J. Spec. Top. 233(2024)第 3361 页]中指出“Mathematical studies of these phenomena, with help of the diffusion models, are attractive for researchers (see, e.g., [11-16]).”

（[15]为代表性论文[4]）。Irina Bashkirtseva 教授在文章[Physica D 455(2023)第 1 页]中指出“In mathematical studies, diffusion models of glycolysis based on partial differential equations are widely used [16-24].”（[23]为代表性论文[4]）。

(5) 关于自催化反应扩散模型的 Hopf 分岔与稳态分岔的研究成果激发和推动了自催化反应扩散模型的相关研究。例如，兰州大学“萃英学者”特聘教授李万同教授等在文章[Appl. Math. Model. 37(2013)第 4372 页]中运用了代表性论文[3]的方法研究了捕食-食饵模型的双重分岔，特别指出该方法的重要性，具体引述为：“non-constant steady state solutions bifurcating from steady state bifurcation in reaction-diffusion system are important spatiotemporal pattern mechanism, hence it has been investigated by many researchers[16-28].”（[26]为代表性论文[5]）。国际知名反应扩散方程专家魏俊杰教授在文章[Nonlinear Anal.-Model 23(2018)第 750 页]中指出“In [11], Guo et al. proved the existence of Hopf bifurcation and steady state bifurcation of system (1) by taking  $a$  as a parameter. In addition, the authors also derived the conditions for the occurrence of Turing instability.”（[11]为代表性论文[5]），他们研究了带 Neumann 边界条件和时滞反馈的任意阶自催化模型，并对本项目研究结果进行了推广。

五、代表性论文专著目录（限 8 条）（不超过 8 篇，其中代表作论文不超过 5 篇）

序号	论文专著名称	刊名	作者	年卷页码（xx 年 xx 卷 xx 页）	发表时间（某年某月某日）	通讯作者（含共同）	第一作者（含共同）	国内作者	他引总次数	检索数据库	知识产权是否归国内所有
1	Multiplicity for a diffusive predator-prey mutualist model	Proceedings of the London Mathematical Society	Gaihui Guo, Jianhua Wu, Hua Nie	2012 年 105 卷 342-366 页	2012 0815	Gaihui Guo	Gaihui Guo	郭改慧 吴建华 聂华	5	Web of Science	是
2	Positive steady-state solutions for a water-vegetation model with the infiltration feedback effect	Discrete and Continuous Dynamical Systems-B	Gaihui Guo, Shihan Zhao, Jingjing Wang, Yuanxiao Gao	2024 年 29 卷 426-458 页	2023 0501	Gaihui Guo	Gaihui Guo	郭改慧 赵诗涵 王晶晶 高远晓	6	Web of Science	是
3	Algal competition in a water column with excessive dioxide in the atmosphere	Journal of Mathematical Biology	Hua Nie, Sze-Bi Hsu, James. P. Grover	2016 年 72 卷 1845-1892 页	2016 0601	Hua Nie	Hua Nie	聂华 许世壁	13	Web of Science	是

4	Spatiotemporal patterns and bifurcations with degeneration in a symmetry glycolysis model	Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation	Meihua Wei, Yinnian He, Muhammad Azam	2022 年 114 卷 106644 页	2022 1115	Meihua Wei	Meihua Wei	魏美华 何银年	3	Web of Science	是
5	Hopf bifurcation and steady-state bifurcation for an autocatalysis reaction-diffusion model	Journal of Mathematical Analysis and Applications	Gaihui Guo, Bingfang Li, Meihua Wei, Jianhua Wu	2012 年 391 卷 265-277 页	2012 0715	Gaihui Guo	Gaihui Guo	郭改慧 李兵方 魏美华 吴建华	27	Web of Science	是
6	糖酵解模型的动力学	武汉大学出版社	魏美华	2019 年 158 页	2019 1013	魏美华	魏美华	魏美华	0		是



## 六、主要完成人情况

姓名	排名	行政职务	技术职称	工作单位	完成单位	对本项目贡献
郭改慧	1	院党委书记	教授	陕西科技大学	陕西科技大学	完整刻画了多资源分布对解的结构和特性的影响，为科学发现点 1 提供了重要研究思路及方法，见代表性论文[1]和[2]；首次解决了二重特征值处稳态分岔问题，为科学发现点 2 提供重要理论方法，见代表性论文[5]。
聂华	2	无	教授	陕西师范大学	陕西师范大学	与郭改慧教授、吴建华教授合作研究建立系列反应扩散方程解的多重性、唯一性及长时行为，为科学发现点 1 提供重要研究思路；推广应用相关成果，拓展相关研究内容，为科学发现点 3 提供研究理论方法，见代表性论文[1]和[3]。
魏美华	3	无	教授	陕西科技大学	陕西科技大学	将 L-S 约化方法、奇异性理论和规范型理论结合研究扩散方程退化分岔问题，发现了新的稳态解结构和不同的分岔曲线图，创新性引入群对称性，获得了更简单的约化方程，为科学发现点 4 提供重要研究方法，见代表性论文[4]和[5]。
吴建华	4	无	教授	陕西师范大学	陕西师范大学	与郭改慧教授、聂华教授合作发展了非线性反应扩散方程解的定性理论研究，共同解决了二重特征值处稳态分岔问题，拓展和提升了反应扩散方程的研究层次和水平，为科学发现点 1 和 2 提供关键研究思路，见代表性论文[1]和[5]。
何银年	5	无	教授	西安交通大学	西安交通大学	与魏美华教授合作设计了高精度的有限差分格式，给出了相应反应扩散方程的数值分析结果，描述了稳态解和周期解的时空结构，发现了有序分布的斑图现象，对科学发现点 4 做出重要贡献，见代表性论文[4]。

## 七、主要完成单位情况

作为本项目的依托单位，陕西科技大学为项目的顺利完成并取得优异成绩做出了重要贡献，主要表现为：

- 1) 组织并完成了项目策划和实施工作；
- 2) 为项目的顺利实施提供了人力资源与优质的工作环境与场所；
- 3) 提供了本项目所需的设备、能源、图书资料和数据库等资源。

作为本项目的参与单位，陕西师范大学为项目的顺利完成并取得优异成绩做出了相应贡献，主要表现为：

- 1) 组织并完成了项目合作工作；
- 2) 为项目的顺利实施提供了人力资源；
- 3) 对关键问题的研究及解决提供协助。

作为本项目的参与单位，西安交通大学为项目的顺利完成并取得优异成绩做出了相应贡献，主要表现为：

- 1) 组织并完成了项目合作工作；
- 2) 对本项目产生的相关问题及时协调，在数值分析上给予了关键性指导；
- 3) 提供了本项目所需的设备、能源、图书资料和数据库等资源。

## 八、完成人合作关系说明

主要完成人长期致力于非线性反应扩散方程理论与计算，合作完成国家自然科学基金项目，并合作获得厅局级以上科技奖。郭改慧教授、聂华教授和魏美华教授均师从吴建华教授攻读博士学位，一直与吴建华教授共同组织开展反应扩散方程讨论班及各类学术活动，均参与完成吴建华教授主持的多项国家自然科学基金项目；吴建华、聂华均为陕西师范大学教授，长期合作从事反应扩散方程相关问题研究；何银年为西安交通大学教授，与吴建华教授同在西安交通大学计算物理研究室获计算数学博士学位，同在李开泰教授、黄艾香教授计算数学团队，共同指导培养了魏美华教授，同时何银年教授与魏美华教授共同申报获批国家自然科学基金天元项目。本项目 5 篇代表性论文是项目组长期以来在非线性反应扩散方程领域研究工作的代表，是团队长期合作的结果。